25. Show that if x and y are both prime to the prime number n, then $x^{n-1} - y^{n-1}$ is divisible by n. Deduce that $x^{12} - y^{12}$ is divisible by 1365.

*x,y* என்பன பகாஎண் '*n*'பகாஎண்கள் $x^{n-1} - y^{n-1}$எனில் ஆனது '*n* ஆல் வகுப்படும் என நிறுவுக. மேலும் $x^{12} - y^{12}$ஆனது 1365 ஆல் வகுப்படும் எனகாட்டுக.

- - -

அரசினர் ஆடவர் கலைக்கல்லூரி (தன்னாட்சி), நந்தனம், சென்னை – 35.

CODE: **192101** TIME: 3 Hrs
NOVEMBER 2020 MAX. MARKS: 50

*PART A* *(10 x 2=20)*

*Answer any* ***TEN*** *questions.*

1. Form the equation, one of whose root is $\sqrt{5}+\sqrt{3}$.
   $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ ஒரு மூலம் எனில் அச்சமன்பாட்டை காண்க.
2. Solve $2x^3 - 7x^2 + 4x + 3 = 0$ $given$ $1+\sqrt{2}$ is a root.
   $1+\sqrt{2}$ என்பது சமன்பானட்டின் ஒரு மூலம் எனில் அதனை தீர்க்க.
3. Diminish by 3 the roots of the equation
   $2x^4 + 7x^3 + 5x^2 - 4x + 3 = 0$
   $2x^4 + 7x^3 + 5x^2 - 4x + 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலத்தில் '3'ஆல் குறைந்து காண்க.
4. Prove that the equation $2x^3 + 2x + 3 = 0$ has one negative root and two imaginary roots.
   $2x^3 + 2x + 3 = 0$என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் குறை மற்றும் இரண்டு கற்பனைமூலங்கள் உண்டு எனகாட்டுக.
5. Find the co-efficient of $x^n$ in the expansion of $e^{2-3x}$
   $e^{2-3x}$ ன் விரிவாக்கத்தில் $x^n$ ன் குணகத்தை காண்க.
6. Write the expansion of $(1-x)^{-n}$
   $(1-x)^{-n}$ ன் விரிவாக்கத்தினை எழுதுக.
7. State Cayley Hamilton theorem.
   கெய்லி ஹாமல்டன் தேற்றத்தை கூறுக.
8. Show that $\begin{bmatrix} 0 & -1+i \\ 1+i & 0 \end{bmatrix}$ is skew –Hermitian
   $\begin{bmatrix} 0 & -1+i \\ 1+i & 0 \end{bmatrix}$ என்ற அணி எதிர் ஹார்மிசியன் எனகாட்டுக.
9. Find the value of $\varphi(100)$.
   $\varphi(100)$ ன் மதிப்பை காண்க.

10. Find the highest power of 3 dividing 1000.
3ன் எந்த அதிகப்படியான அடுக்கு 1000! ஐ வகுக்கும் என காண்க.

11. Show that the matrix $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ is orthogonal.

$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ என்ற அணி செங்குத்து அணி எனகாட்டுக.

12. Show that $\frac{e+1}{e-1} = \frac{\frac{1}{1!}+\frac{1}{3!}+\cdots}{\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\cdots}$.

$\frac{e+1}{e-1} = \frac{\frac{1}{1!}+\frac{1}{3!}+\cdots}{\frac{1}{2!}+\frac{1}{4!}+\cdots}$ என நிறுவுக.

*PART B* *(2 x 5=10)*

*Answer any **TWO** questions.*

13. Solve the equation $x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 6x + 2 = 0$ given that $1 + i$ is a root.
$x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 6x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $1 + i$ எனில் அச்சமன்பாட்டினை தீர்க்க.

14. Solve the equation $x^4 + 20x^3 - 143x^2 + 430x + 462 = 0$. by removing its second term.

15. Sum to infinity the series $\frac{2.4}{3.6} + \frac{2.4.6}{3.6.9} + \frac{2.4.6.8}{3.6.9.12} + \cdots$
மேலே உள்ள தொடரின் கந்தவழி வரை கூடுதல் காண்க.

16. Find eigen values and eigen vectors of the matrix $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் அய்கன் மதிப்பு மற்றும் அய்கன் வெக்டர்களை காண்க.

17. Prove that $13^{2n+1} + 9^{2n+1}$ is divisible by 22.
$13^{2n+1} + 9^{2n+1}$ என்பது 22ஆல் வகுப்படும் எனகாட்டுக.

18. Show that $\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{3.4.5} + \frac{1}{5.6.7} + \cdots = log2 - \frac{1}{2}$
$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{3.4.5} + \frac{1}{5.6.7} + \cdots = log2 - \frac{1}{2}$ என நிறுவுக.

19. If $\alpha, \beta, \gamma$ are the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ ,find the value of $\sum \alpha^2 4$.
$\alpha, \beta, \gamma$ என்பன $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனில் $\sum \alpha^2 4$ காண்க.

20. If N = ab where a & b are prime to one another then prove that $\varphi(N) = \varphi(a)\varphi(b)$
N = ab இங்கு a & b பகாஎண்கள் எனில் $\varphi(N) = \varphi(a)\varphi(b)$ என காட்டுக.

*PART C* *(2 x 10=20)*

*Answer any **TWO** questions.*

21. Solve: தீர்க்க: $6x^5 - x^4 - 43x^3 + 43x^2 + x - 6 = 0$.

22. Using Horner's method find the real root of the equation $x^3 + 6x - 2 = 0$.
$x^3 + 6x - 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின மூலத்தை ஹார்னஸ் முறையில் தீர்க்க.

23. sum to infinity the series $1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+2^2}{3!} + \frac{1+2+2^2+2^3}{4!}$
மேலே உள்ள தொடரின் கூடுதல் காண்க.

24. Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ and find its inverse.
$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ -7 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ என்ற அணிக்கு கெய்லி ஹாமில்டன் தேற்றத்தை சரிபாாக்க மேலும் அதன் நேர்மாறுவை காண்க.