அரசினர் ஆடவர் கலைக்கல்லூரி (தன்னாட்சி), நந்தனம், சென்னை – 35.

CODE: **162108** TIME: 3 Hrs

NOVEMBER 2020 MAX. MARKS: 50

PART A *(10 x 2=20)*

*Answer any **TEN** questions.*

1. Define Abelian group.
   வரையறு பரிமாற்றம் குலம்
2. Show that each element of a group G has unique inverse in G.
   G.என்ற உரு குலத்தில் ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் ஒரேயொரு நேர்மாறு உறுப்பு உண்டு என நிறுவுக.
3. If ϕ is a homomorphism of G into $\bar{G}$,then prove that $\phi(e) = \bar{e}$,the unit element of $\bar{G}$.
   ϕ என்பது Gஐ $\bar{G}$ செலுத்தும் செயல் ஒப்புமை எனில் $\phi(e) = \bar{e}$, $\bar{G}$.ன் அலகு உறுப்பு என நிறுவுக.
4. Define the Kernal of a group homomorphism.
   ஒரு குலத்தின் செயல் ஒப்புமையின் உட்கருவை வரையறு.
5. Let G be a group and ϕ be an automorphism of G.If $a \in G$ is of order $o(a) > 0$,then prove that $o(\phi(a)) = o(a)$
   G என்பது ஓர் குலம் ϕமற்றும் என்பது Gஐ Gக்கு செலுத்தும் இயல்மாறாக் கோர்த்தல் என்க. $o(a) > 0$,$a \in G$ எனில் $o(\phi(a)) = o(a)$ என நிறுவுக.
6. Define even permutation
   வரையறு இரட்டை சுழல்கள்.
7. Define divison ring.
   பூஜ்ஜிய வளையம் வரையறு.
8. State the Pigeon hole principle.
   புறாக் கூடு கொள்கை எழுதுக.
9. If U is an ideal of R and $1 \in U$,prove that $U = R$.
   R ன் சீர்மம் U மற்றும் $1 \in U$எனில் $U = R$என நிறுவுக.
10. Define Maximal ideal of R.
    R.என்ற ஒரு வளையத்தின் மீப்பெரு சீர்மத்தை வரையறு.
11. State Fermat theorem.
    பெர்மட் தேற்றத்தை எழுதுக.

12. Define homomorphism of a ring.
வளையத்தின் செயல் ஒப்புமையை வரையறு.

PART B *(2 x 5=10)*

*Answer any **TWO** questions.*

13. If G is a group then ∀ a,b∈ G prove that
(i) $(a^{-1})^{-1} = a$.
(ii) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.
G என்பது ஓர் குலம் எனில் ∀ a,b∈ G
(i) $(a^{-1})^{-1} = a$.
(ii) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$.

14. If H and K are subgroups of G then prove that HK is a subgroup of G if and only if HK=KH.
H மற்றும் K என்பன G ன் உட்குலங்கள் எனில் HK என்பது G உட்குலமாக இருந்தால் மட்டுமே HK=KH என நிறுவுக.

15. Show that every permutation can be expressed as a product of disjoint cycles.
ஒவ்வொரு வரிசை மாற்றத்தையும் பொது உறுப்பற்ற சுழல்களின் பெருக்கமாக வரையறுக்க முடியும் எனக் காட்டுக.

16. Prove that the homomorphism ϕ of R into R' is an isomorphism if and only if $I(\phi) = 0$.
ϕ என்ற செயல் ஒப்புமை குலம் R லிருந்து R' க்கான ஐசோமார்பிசமாக இருந்தால் மட்டுமே $I(\phi) = 0$. என நிறுவுக.

17. Show that a field is an integral domain.
களம் ஓர் எண் அரங்கம் எனக் காட்டுக.

18. Show that ∀ a ∈ G,$Ha = \{x \in G \setminus a \equiv x \bmod H\}$.
∀ a ∈ G,$Ha = \{x \in G \setminus a \equiv x \bmod H\}$ என நிருபி.

19. Show that the intersection of two normal subgroups of G is a normal subgroup of G.
G யின் இரு நேரியல் உட்குலங்களின் வெட்டும் ஒரு நேரியல் உட்குலம் எனக் காண்பி.

20. If U, V are ideals of R, let $U + V = \{u + v | u \in U, v \in V\}$ then prove that $U + V$ is also an ideal.
U, V என்பவை R,ன் சீர்மங்கள் $U + V = \{u + v | u \in U, v \in V\}$ எனில் $U + V$ என்பதும் ஒரு சீர்மமாகும் என நிறுவுக.

PART C *(2 x 10=20)*

*Answer any **TWO** questions.*

21. Let G be the set of all 2x2 matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ where a,b,c,d are real numbers,such that ad- bc≠0.Prove that G is an infinite non-abelian group under multiplication.
ad- bc≠0.எனும் நிபந்தனை உடைய அனைத்து 2x2 அணிகள் $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ உள்ள கணம் G என்க. இங்கு a,b,c,d என்பன மெய்யெண்கள் அணிப்பெருக்கலின் கீழ் G என்பது முடிவிலி பரிமாற்று அல்லாத குலம் என நிறுபி.

22. State and prove fundamental theorem of homomorphism.
செயல் ஒப்புமை அடிப்படை தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

23. State and prove Cayley's theorem.
கெய்லேயின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

24. Prove that a finite integral domain is a field.
முடிவுள்ள ஒவ்வொரு எண் அரங்கமும் ஒரு களமாகும் என நிறுவுக.

25. Let R be a commutative ring with unit element whose only ideals are (0) and R itself. Prove that R is a field.
ஓர் அலகு உறுப்பு கொண்ட பரிமாற்று வளையம் R என்க. அதன் சீர்மம் (0) மற்றும் R எனில் R ஒரு களம் என நிறுவுக.

- - -