

CODE: 162110  
NOVEMBER 2020

TIME: 3 Hrs  
MAX. MARKS: 50

PART A

(10 x 2=20)

Answer any **TEN** questions.

1. Express  $w = \frac{z}{z+1}$  in the form of  $u(x, y) + iv(x, y)$ .

$w = \frac{z}{z+1}$  என்பதை  $u(x, y) + iv(x, y)$  என்ற வடிவில் எழுதுக.

2. Define harmonic function.

இசைச் சார்பு வரையறு.

3. Evaluate: மதிப்பிடுக:  $\int_C \frac{z}{(z-2)} dz, C: |z| = 1$ .

4. Write the Maclaurin's series for  $e^z$ .

$e^z$ -ன் மெக்லாரின் தொடர் எழுதுக

5. State Taylor's series .

டெய்லர் தொடரினை எழுதுக.

6. State Maximum modulus principle.

உச்ச மட்டளவுக் கோட்பாட்டினை கூறி நிரூபி.

7. Define an isolated singularity for  $f(z)$ .

$f(z)$ -இன் தனித்த சிறப்பு புள்ளியை வரையறு.

8. Find the residue of  $\frac{1}{(z^2-1)^2}$  at  $z = \pm 1$ .

9. Define bilinear transformation.

இரு நேரியல் உருமாற்றத்தை வரையறு.

10. Find the fixed point of  $w = \frac{z-1}{z+1}$ .

$w = \frac{z-1}{z+1}$  என்ற உருமாற்றத்திற்கான நிலையான புள்ளிகளைக் காண்க.

11. State Liouville's theorem.

லியோவில்லிஸ் தேற்றத்தை எழுதுக

12. Evaluate: மதிப்பிடுக  $\lim_{z \rightarrow i} \frac{iz^3 - 1}{z+i}$

**PART B**

(2 × 5 = 10)

Answer any **TWO** questions.

13. Prove that  $u(x,y)=x^2-y^2+3xy$  is harmonic and find its harmonic conjugate.

$u(x,y)=x^2-y^2+3xy$  என்பது இசைச்சார்பு என நிறுவுக மற்றும் அதன் துணை இசைச்சார்பினைக் காண்க.

14. State and prove fundamental theorem of algebra.

இயற்கணிதத்தின் அடிப்படை தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

15. Find the Laurent's series for  $f(z)=\frac{-1}{(z-1)(z-2)}$

(i)  $|z| < 1$  (ii)  $1 < |z| < 2$

$f(z)=\frac{-1}{(z-1)(z-2)}$  (i)  $|z| < 1$  (ii)  $1 < |z| < 2$  லாரண்ட்ஸ்

தொடரைக் காண்க.

16. State and prove Cauchy-residue theorem.

கோஷியின் எச்சத் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

17. Find the bilinear transformations which maps the points

$z_1=1, z_2=0, z_3=-1$  in to the points  $w_1=i, w_2=\infty, w_3=1$

$z_1=1, z_2=0, z_3=-1$  என்ற புள்ளிகளை  $w_1=i, w_2=\infty, w_3=1$

என்ற புள்ளிகளுக்கு உருமாற்றம் செய்யும் இரு நேரியல் உருமாற்றத்தை காண்க.

18. Find the residue at  $z=0$  of the function  $f(z)=\frac{z-\sin z}{z}$ .

$f(z)=\frac{z-\sin z}{z}$ ,  $z=0$  என்ற புள்ளிகளுக்கு எச்சத்தை காண்க

19. Show that  $W=\frac{1}{z}$  transforms circles and lines into circles and lines.

$W=\frac{1}{z}$  என்ற சார்பு ஆனது வட்டம் மற்றும் நேர்கோடுகளிலிருந்து வட்டம் மற்றும் நேர்கோடு ஆக உருமாறும் என நிறுவுக.

20. Derive Cauchy –Riemann equations in polar co-ordinates.

கோஷி-ரீமான் சமன்பாடுகளை துரவ ஆயத்தொலைகளில் வருவி.

**PART C**

(2 × 10 = 20)

Answer any **TWO** questions.

21. State and prove the sufficient condition for a function  $f(z)$  to be analytic at the point  $z_0$ .

$f(z)$  என்ற சார்பு  $z_0$  என்ற ஒரு புள்ளியிடத்து வகையீடு செய்வதற்கான போதுமான நிபந்தனையைக் கூறி நிரூபி.

22. Evaluate:  $\int_C \frac{\sin \pi z + \cos \pi z}{(z-1)(z-2)} dz, C: |z|=3$ .

மதிப்பிடுக:  $\int_C \frac{\sin \pi z + \cos \pi z}{(z-1)(z-2)} dz, C: |z|=3$ .

23. State and prove Laurent's theorem.

லாரண்ட்ஸ் தொடரைக் கூறி நிறுவுக.

24. Prove that  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+4\sin \theta} = \frac{2\pi}{3}$

$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{5+4\sin \theta} = \frac{2\pi}{3}$  என நிறுவுக

25. Discuss the transformation  $e^z$ .

$e^z$  உருமாற்றத்தை விவரி.

---